



### Sub Bidang Struktur Aljabar

8. a. Tulis tabel hasil kali dari unsur-unsur grup Klein  $K$  (dalam notasi kali!)  
b. Tulis dua isomorfisma antara grup Klein  $K$  dengan grup kubus  $H_1 = \{00, 01, 10, 11\}$ .  
c. Cari semua subgrup dari  $H_2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$  yang isomorf dengan grup Klein  $K$ , jadi juga isomorf dengan grup  $H_1$ .
9. a. Apakah yang dimaksud grup simetri  $S_n$ ?  
b. Tulis ketiga permutasi  $\beta_1 = (1\ 2)$ ,  $\beta_2 = (2\ 3)$ ,  $\beta_3 = (3\ 4) \in S_4$  sebagai fungsi bijektif (1-1 dan onto). Jadi daerah asal (*domain*), daerah sekawan (*codomain*) dan aturan pengawawan dari fungsi-fungsi tersebut juga harus saudara tulis.  
c. Tulis permutasi  $(4\ 1\ 3) \in S_4$  sebagai hasil kali dua transposisi (permutasi panjang 2) kemudian tulis permutasi tersebut sebagai hasil kali  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  dan  $\beta_3$ !

### Sub Bidang Analisis

10. Tentukan dan gambarkan himpunan pasangan  $(x, y)$  di  $R \times R$  yang memenuhi  
$$|x| + |y| \leq 1$$
11. Barisan  $(x_n)$  dikatakan konvergen ke  $x$  jika untuk setiap  $\varepsilon > 0$  terdapat bilangan asli  $K(\varepsilon)$  sedemikian sehingga untuk setiap  $n \geq K(\varepsilon)$  berlaku  $|x_n - x| < \varepsilon$ .  
Buktikan  $(x_n) := (1 - (-1)^n)$  tidak konvergen ke 2



## Soal Seleksi Olimpiade Matematika Tingkat Mahasiswa 2016

### Sub Bidang Aljabar Linier

1. Jika

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

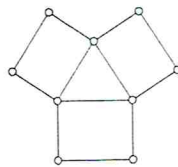
Tunjukkan bahwa  $A$  memiliki dua nilai eigen real yang berbeda jika

$$(a - d)^2 + 4bc > 0$$

2. Misalkan  $W$  adalah sebuah bidang dengan persamaan  $5x - 3y + z = 0$ . Tentukan proyeksi ortogonal  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  pada  $W$ .

### Sub Bidang Kombinatorika

3. Uang sebesar Rp. 2000 dapat dinyatakan dengan beberapa koin 50 rupiah, 100 rupiah, 200 rupiah, atau 500 rupiah. Diketahui ternyata bahwa uang tersebut terdiri tepat dua koin 500 rupiah dan dua jenis koin lainnya. Dengan mengikuti aturan tersebut, berapa banyak cara yang mungkin untuk menyatakan uang sebesar Rp. 2000 dengan koin-koin tersebut!
4. Tentukan banyaknya *spanning tree* dari graf berikut!



### Sub Bidang Fungsi Kompleks

5. Tulislah dalam bentuk polar bilangan kompleks  $z = -1 + i\sqrt{3}$ .
6. Carilah nilai maksimum dari  $|z^2 + 3z - 1|$  di  $|z| \leq 1$ .

**Teorema.** Misalkan  $C$  adalah kontur tertutup sederhana, digambarkan dalam arti positif. Jika fungsi  $f$  analitik di dalam dan pada  $C$  kecuali untuk bilangan berhingga dari titik singular  $z_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) dalam  $C$  maka

$$\int_C f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \operatorname{Res}_{z=z_k} f(z).$$

7. Dengan menggunakan teorema diatas, hitunglah integral dari

$$\int_C \frac{5z - 2}{z(z - 1)} dz$$

dimana  $C$  adalah lingkaran  $|z| = 2$  yang berlawanan arah jarum jam.